Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Proposition de Correction - BTS Mathématiques - Session 2017

Correction de l'Exercice 1

Partie A : Étude qualitative du problème

1. **(a)** Vérifier que le réservoir contient 5 litres de mélange concentré-éthanol au bout de 150 s.

   Le débit d'éthanol est de 20 cm^3 par seconde. En 150 secondes, la quantité d'éthanol ajoutée est : Q(150) = 20 × 150 = 3000 cm^3.

   Le réservoir contient initialement 2000 cm^3 de concentré de parfum. Donc, à 150 s, le volume total dans le réservoir est : 2000 + 3000 = 5000 cm^3 soit 5 litres.

2. **(b)** Au bout de combien de temps le réservoir est-il plein ?

   La capacité totale du réservoir est de 10 litres, soit 10000 cm^3. Le volume initial est de 2000 cm^3 donc il reste : 10000 - 2000 = 8000 cm^3.

   Le temps nécessaire pour remplir ce volume est : 8000 ÷ 20 = 400 secondes.

Partie B : Une équation différentielle

1. **1.** Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle homogène associée :

   L'équation homogène est : y' + 0,002y = 0. La solution générale est de la forme : y(t) = Ce^{-0,002t}, où C est une constante.

2. **2.** Déterminer le réel a tel que la fonction constante t ↦ a soit une solution particulière de (E).

   On cherche une solution constante, donc y' = 0. On a : 0 + 0,002a = 20 donc a = 10000.

3. **3.** En déduire l'ensemble des solutions de (E).

   La solution générale de (E) est donc : y(t) = Ce^{-0,002t} + 10000.

4. **4.** Déterminer la fonction Q répondant au problème posé.

   En utilisant la condition initiale Q(400) = 8000, on trouve C : 8000 = Ce^{-0,8} + 10000 donc C = 8000e^{0,8} - 10000. Finalement, la fonction Q(t) est : Q(t) = (8000e^{0,8} - 10000)e^{-0,002(t - 400)} + 10000.

Partie C : Étude d'une fonction

1. **1.** Calculer la limite de Q1 en +∞. Interpréter ce résultat.

   lim_{t → +∞} Q1(t) = 10000 - 4451,1 × 0 = 10000. Cela signifie que la quantité d'éthanol dans le réservoir tend vers 10000 cm^3 à long terme.

2. **2.** Vérifier mathématiquement le résultat de la partie A question 2.

   On étudie les variations de Q1. La dérivée Q1'(t) est négative, donc Q1 est décroissante. Cela confirme que Q1(t) atteint 10000 cm^3 à long terme.

3. **3.** Déterminer l’instant t où la proportion d’éthanol dans le réservoir vaut 85%.

   On résout l'équation Q1(t) = 0,85 × 10000 pour trouver t. En utilisant une méthode numérique, on trouve une valeur approchée de t.

4. **4.** QCM sur l'algorithme.

   Réponse correcte : **(b)** Déterminer une valeur approchée par défaut à 10 près de l’équation Q1(t) = A dans l’intervalle [400 ; +∞[.

Correction de l'Exercice 2

Partie A : Défauts de fabrication

1. **1.** Calculer la probabilité pour que le verre ait les deux défauts.
   P(A ∩ B) = P(A) × P(B) = 0,05 × 0,02 = 0,001.
2. **2.** Calculer la probabilité pour que le verre soit défectueux.
   P(A ∪ B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B) = 0,05 + 0,02 - 0,001 = 0,069.

Partie B : Vérification d'un lot

1. **1.** Justifier que X suit une loi binomiale.
   X suit une loi binomiale B(n=20, p=0,069) car il s'agit d'un tirage avec remise de 20 verres.
2. **2.** Calculer la probabilité que cinq verres au moins soient défectueux.
   P(X ≥ 5) = 1 - P(X < 5) = 1 - Σ(P(X = k)) pour k = 0 à 4. Calculer cette probabilité à 10^{-2} près.

Partie C : Diamètre du buvant du verre

1. **1.** Calculer la probabilité que le diamètre soit compris entre 45,8 et 46,3.
   Utiliser la loi normale pour trouver P(45,8 < D < 46,3).
2. **2.** Déterminer une valeur approchée de a tel que P(46 - a ≤ D ≤ 46 + a) = 0,95.
   Utiliser la méthode de l'intervalle de confiance pour trouver a.

Partie D : Brillance des verres

1. **1.** Montrer que P(T ≤ t) = 1 - e^{-λt}.
   En intégrant la fonction de densité de la loi exponentielle, on obtient ce résultat.
2. **2.** Montrer que la valeur arrondie au centième de λ est 0,11.
   En utilisant P(T ≤ 24) = 0,93, on résout pour λ.
3. **3.** Quelle est l'espérance de la durée de bon fonctionnement ?
   L'espérance d'une loi exponentielle est E(T) = 1/λ, arrondie à l'unité.
4. **4.** La probabilité que la durée de vie soit supérieure à 4 ans est-elle supérieure à 1% ?
   On calcule P(T > 48) = 1 - P(T ≤ 48) et on compare à 0,01.

Conseils pour l'examen

- Lisez attentivement chaque question et identifiez les données importantes.
- N'oubliez pas de justifier vos réponses, même si cela n'est pas explicitement demandé.
- Utilisez des schémas ou des graphiques si cela peut clarifier votre raisonnement.
- Vérifiez vos calculs pour éviter les erreurs d'inattention.

© FormaV EI. Tous droits réservés. — Propriété exclusive de FormaV.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.