Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Proposition de Correction - BTS Mathématiques - Session 2019

Exercice 1 (10 points)

Partie A : modélisation

1. Montrer que la fonction V est solution de l'équation différentielle :

On part de l'équation différentielle :

$m\,y'(t) + k\,y(t) = mg$

Avec les valeurs : $m = 80$ kg, $k = 25$, $g = 10$ m.s^{-2}.

On remplace dans l'équation :

$80\,y'(t) + 25\,y(t) = 800$

En divisant par 80, on obtient :

$y'(t) + 0{,}3125\,y(t) = 10$

Ce qui prouve que V est solution de l'équation (E).

2. Résoudre l'équation différentielle :

On résout l'équation homogène :

$y' + 0{,}3125\,y = 0$

La solution générale est de la forme :

$y(t) = Ce^{-0,3125t}$

3. Déterminer une fonction constante solution de (E).

Pour une solution constante, on pose $y = c$:

$0 + 0{,}3125c = 10$

On trouve :

$c = \frac{10}{0,3125} = 32$

4. En déduire les solutions générales de (E).

La solution générale de (E) est :

$y(t) = Ce^{-0,3125t} + 32$

5. Déterminer une expression de la vitesse $V(t)$ du parachutiste à l'instant t.

En prenant $V(0) = 0$, on trouve :

V(t) = 32(1 - e^{-0,3125t})

Partie B : étude de la chute

1. a. Estimer une valeur arrondie de l'instant t_0 à partir duquel la vitesse dépasse 20 m.s^{-1}.

On résout l'équation :

$32(1 - e^{-0,3125t}) = 20$

Ce qui donne :

$e^{-0,3125t} = \frac{12}{32} = 0,375$

En prenant le logarithme :

$-0,3125t = \ln(0,375)$

On trouve :

$t \approx 3,5 \text{ s}$

b. Retrouver par le calcul la valeur exacte de t_0.

En calculant plus précisément, on obtient :

$t_0 \approx 3,693 \text{ s}$

2. a. Donner l'expression $V'(t)$ de la dérivée de la vitesse.

$V'(t) = 32 \times 0,3125 e^{-0,3125t}$

b. Etudier le sens de variations de V sur [0 ; +∞[.

Comme $V'(t) > 0$, la vitesse est croissante.

3. Le parachutiste peut-il atteindre une vitesse de 130 km.h^{-1} ?

On convertit 130 km.h^{-1} en m.s^{-1} :

$130 \div 3,6 \approx 36,11 \text{ m.s}^{-1}$

Comme $V(t)$ converge vers 32 m.s^{-1}, il ne peut pas atteindre cette vitesse.

4. Calculer la vitesse moyenne du parachutiste lors des deux premières secondes de chute.

On utilise la formule :

$V_{moy} = \frac{1}{2} \int_0^2 V(t) dt$

En calculant, on obtient :

Exercice 2 (10 points)

Partie A : dimensions externes

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

On construit un arbre avec les événements H et L :

- $P(H) = 0,98$
- $P(L|H) = 0,99$
- $P(L|\neg H) = 0,985$

2. Justifier que $P(E) = 0,9702$.

On calcule :

$P(E) = P(H) \times P(L|H) = 0,98 \times 0,99 = 0,9702$

3. Vérifier l'affirmation concernant les poutrelles non conformes.

On calcule :

$P(L|\neg H) = \frac{P(\neg H \cap L)}{P(\neg H)} = 0,26$

Ce qui montre que l'affirmation est exacte.

4. a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire N.

La variable N suit une loi binomiale :

$N \sim B(20, 0,9702)$

b. Calculer la probabilité qu'un lot de 20 poutrelles contienne au moins une poutrelle non conforme.

On utilise la complémentarité :

$P(N < 20) = 1 - P(N = 20) \approx 0,999$

Partie B : épaisseur de l'âme

Calculer la probabilité qu'une poutrelle ait une épaisseur d'âme conforme.

On a :

$P(|X - 4,4| \leq 0,044) = P(4,356 \leq X \leq 4,444)$

En utilisant la loi normale, on trouve :

$P \approx 0,8413$

Partie C : contrôle de conformité

1. Donner l'hypothèse alternative H_1.

H_1 : « la longueur moyenne est différente de 2 m ».

2. Déterminer l'intervalle I.

On calcule :

$I = [2 - 1,96 \times \frac{0,001}{\sqrt{100}} ; 2 + 1,96 \times \frac{0,001}{\sqrt{100}}]$

On trouve :

$I \approx [1,9980 ; 2,0020]$

3. Énoncer la règle de décision de ce test.

Si $\bar{L} \notin I$, on rejette H_0.

4. Peut-on estimer que la scie est bien réglée ?

Comme $\bar{l} = 1,9997 \in I$, on ne rejette pas H_0.

Conseils pour la préparation aux examens

- Bien comprendre les notions de base des équations différentielles et des probabilités.
- Pratiquer avec des exercices types pour se familiariser avec les questions d'examen.
- Rédiger clairement et de manière structurée pour faciliter la compréhension des raisonnements.
- Utiliser des outils graphiques pour visualiser les fonctions et les probabilités.

© FormaV EI. Tous droits réservés. — Propriété exclusive de FormaV.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.